

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

**1. a)** Determinantul sistemului este  $\Delta = 2 \cdot (1 - m)$ .

Pentru  $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  sistemul este compatibil determinat.

**b)** Pentru  $m = 1$ ,  $\Delta_p = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$  și  $\Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$ , deci sistemul este compatibil.

**c)** Dacă  $m = 1$ , sistemul are mulțimea soluțiilor  $S_1 = \{(x, 1, 2 - x) \mid x \in \mathbb{R}\}$  și  $x^2 + 1^2 + (2 - x)^2 = 2x^2 - 4x + 5$ .

Funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x^2 - 4x + 5$  are minimum  $g(x_V) = g(1) = 3$ .

**2. a)** Se verifică prin calcul.

**b)** Dacă  $X, Y \in G$ ,  $\det(X \cdot Y) = \det(X) \cdot \det(Y) = 1$ , deci  $X \cdot Y \in G$ .

Se verifică că dacă  $X \in G$ , atunci și  $X^{-1} \in G$ .

**c)**  $C = A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_2 + D$ , unde  $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

Deoarece  $D^2 = 0_2$ , obținem  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ,  $C^n = (-1)^n \cdot I_2 + n \cdot (-1)^{n-1} \cdot D \neq I_2$ .